Attività di Orientamento Formativo e Vocazionale e predisposizione e diffusione di materiale didattico

A.A. 2022-2023

Elementi di economia del settore agroalimentare

I Grafici e le funzioni in aiuto dell’economia

Docente: prof. Claudio Acciani

Tratto da:

L’essenziale di economia, N. Gregory Mankiw, Economia Zanichelli, 2021

Trattato di Estimo, M. Michieli, G. Cipolotti, Edagricole, 2018

Manuale di economia politica, Carrocci editore, 2012

I grafici

I grafici ad una variabile

L'economia si avvale di strumenti matematici per essere più chiara possibile.

Le variabili economiche si riferiscono ai prezzi, alle quantità prodotte, a quelle vendute, il costo di produzione, ecc.: ….si tratta di numeri.

I grafici tornano molto utili per rappresentare queste variabili, i loro andamenti, e altro ancora.

I grafici offrono una rappresentazione sintetica e visiva delle teorie rendendo più semplice la comprensione del fenomeno economico e permettono, quindi, di osservare le correlazioni esistenti tra le variabili coinvolte.

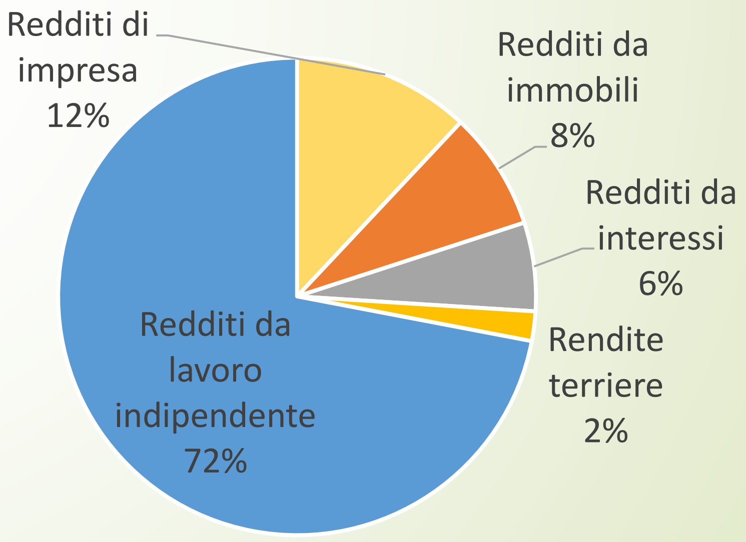
I grafici ad una sola variabile sono elementari e **rappresentano,** appunto**, il cambiamento di valore di una sola variabile e,** quindi**, restituiscono informazioni molto limitate**.

Il diagramma a torta descrive la composizione di una variabile, ad esempio il reddito di un Paese, suddiviso per fonte di reddito: reddito di impresa; reddito da immobili; reddito da interessi; rendite terriere; reddito da lavoro dipendente.

Ogni spicchio della torta rappresenta la quota del reddito relativo alla categoria di appartenenza.

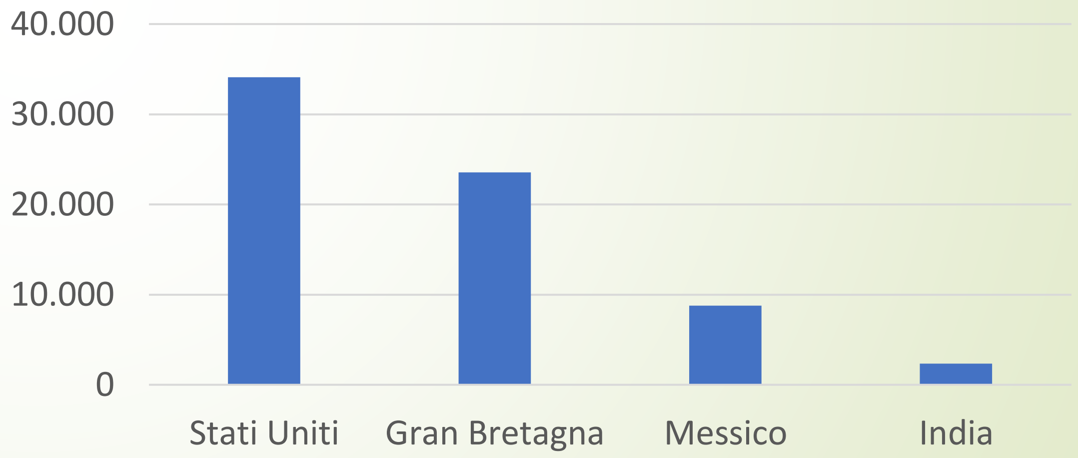
Il grafico mostra i valori espressi in percentuale:

Redditi	Importo (%)
Redditi di impresa	12
Redditi da immobili	8
Redditi da interessi	6
Rendite terriere	2
Redditi da lavoro indipendente	72



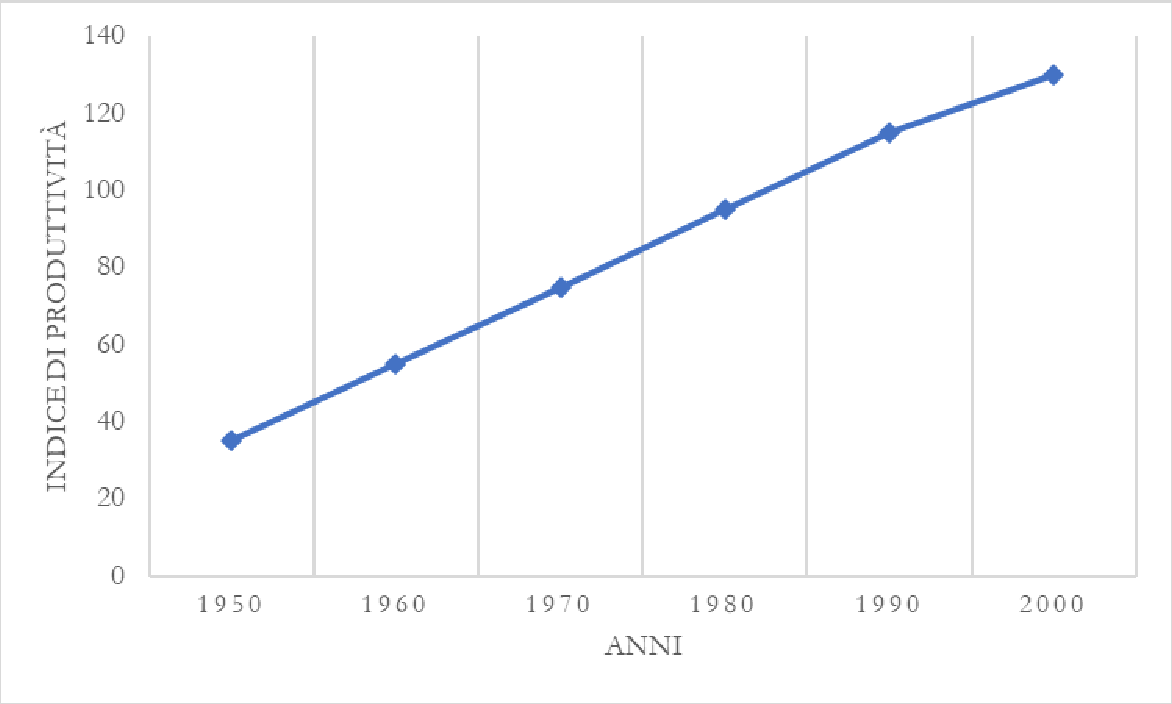
Altri valori possono essere rappresentati mediante il grafico ad **Istogrammi**, per avere un’idea immediata circa le quote più importanti, espresse in termini assoluti (l’altezza di ogni barra rappresenta il reddito medio dei paesi considerati):

Reddito procapite	
Stati Uniti	34.100
Gran Bretagna	23.550
Messico	8.790
India	2.340



I dati possono essere rappresentati anche attraverso le **linee** per comprendere la **tendenza** di un dato e si considera, ad esempio una serie storica:

Anno	Indice di produttività
1950	35
1960	55
1970	75
1980	95
1990	115
2000	130



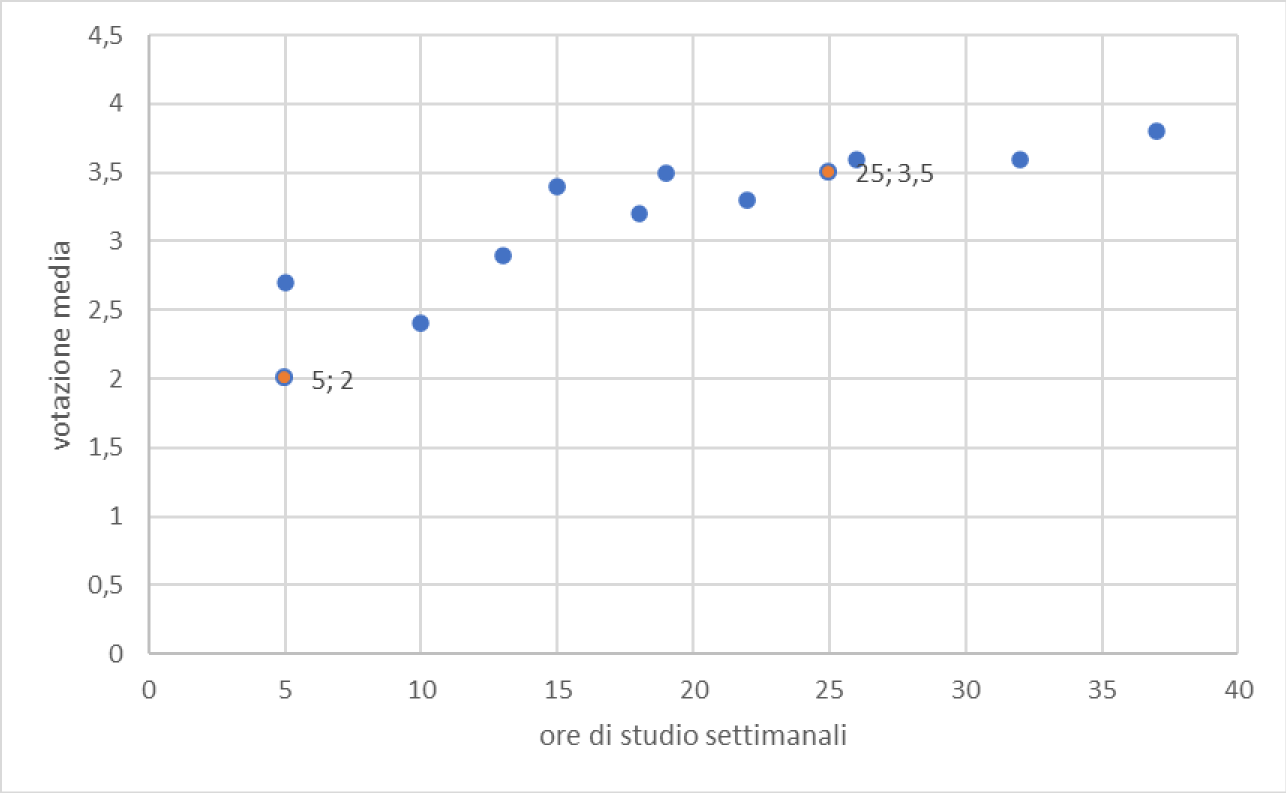
I grafici a due variabili

Quando serve **osservare il rapporto che si crea tra più variabili**, è necessario ricorrere a grafici in grado di **descrivere contestualmente tale relazione** e, pertanto, si utilizza il **sistema delle coordinate cartesiane**.

Volendo considerare, ad esempio, il rapporto esistente tra le ore destinate allo studio e la media dei voti ottenuti, di fatto stiamo considerando due variabili: **il tempo dedicato allo studio** e la **media dei voti** ottenuti dagli studenti A…N. Ogni studente viene rappresentato con la coppia di valori (X: ore studio, Y: votazione media) individuati da un punto sul sistema di assi cartesiani X,Y

Il grafico che ci permette di comprendere immediatamente tale relazione è il **grafico della dispersione**, cosiddetto **perché rappresenta una nuvola (dispersione) di punti sparsi nello spazio**.

	ore di studio	votazione media
A	5	2
B	5	2,7
C	10	2,4
D	13	2,9
E	15	3,4
F	18	3,2
G	19	3,5
H	22	3,3
I	25	3,5
L	26	3,6
M	32	3,6
N	37	3,8

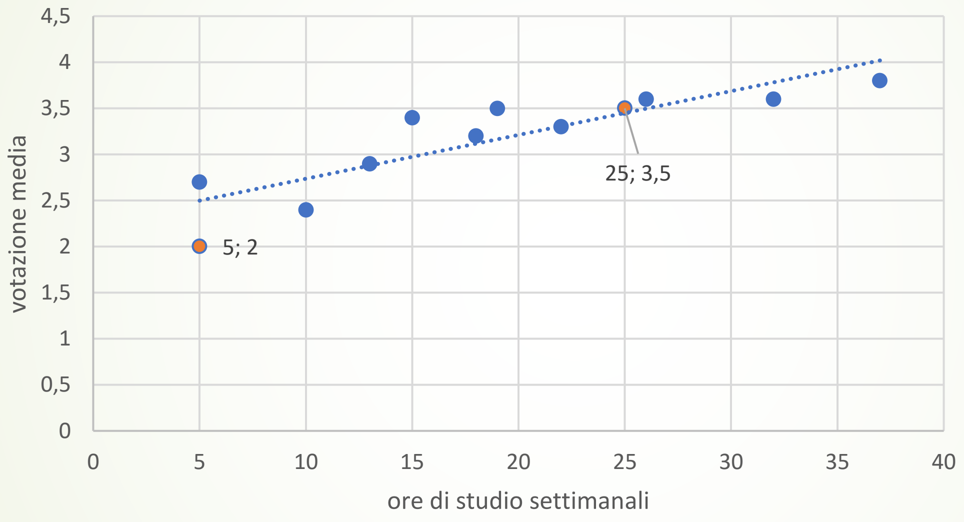


Questo grafico ci offre subito una **interpretazione**: i punti in alto a destra (più ore dedicate allo studio) tendono ad avere una votazione più alta (almeno in teoria).

Inoltre, ci permette di asserire anche che **esiste una relazione**, tra le ore dedicate e il voto finale, **positiva** che vedremo nel passaggio successivo.

Le curve di un sistema di coordinate cartesiane.

. Questa **relazione può essere espressa da una curva, in questo caso da una linea**:



Ma, se ci limitassimo a dire che chi studia di più prende i voti migliori, con ogni probabilità, diremmo una assurdità.

Il concetto di *ceteris paribus*, a parità di condizioni.

Il rendimento dello studio è, in realtà, influenzato da tanti altri elementi. Certo il tempo dedicato aiuta, ma ci sono altri elementi da considerare; ad esempio, una preparazione di base, capacità innate; la capacità dell'insegnate nel presentare la materia; anche lo stato psicologico, ecc.

Un grafico come il precedente non considera tutti questi elementi, **non riesce ad isolare l'effetto del tempo dedicato allo studio e rischia di non farci comprendere appieno il problema che stiamo analizzando**.

Allora per meglio comprendere il problema si considera l'azione di una variabile sull'altra mantenendo inalterate tutte le altre condizioni (ceteris paribus).

Uno dei grafici più utili per comprende i fenomeni economici è quello relativo alla **curva di domanda**, **che descrive, ad esempio, gli effetti della variazione del prezzo di un bene sulla quantità che i consumatori desiderano acquistare**.

La tabella seguente mostra come cambia il **numero di libri** acquistati da *tizio* in base al **prezzo del libro** stesso e al **reddito di cui dispone.**

Abbiamo quindi **tre variabili**: **numero libri** acquistati, **prezzo** dei libri e **reddito** disponibile.

Libri acquistati			
	Reddito		
prezzo	20000	30000	40000
10	2	5	8
9	6	9	12
8	10	13	16
7	14	17	20
6	18	21	24
5	22	25	28

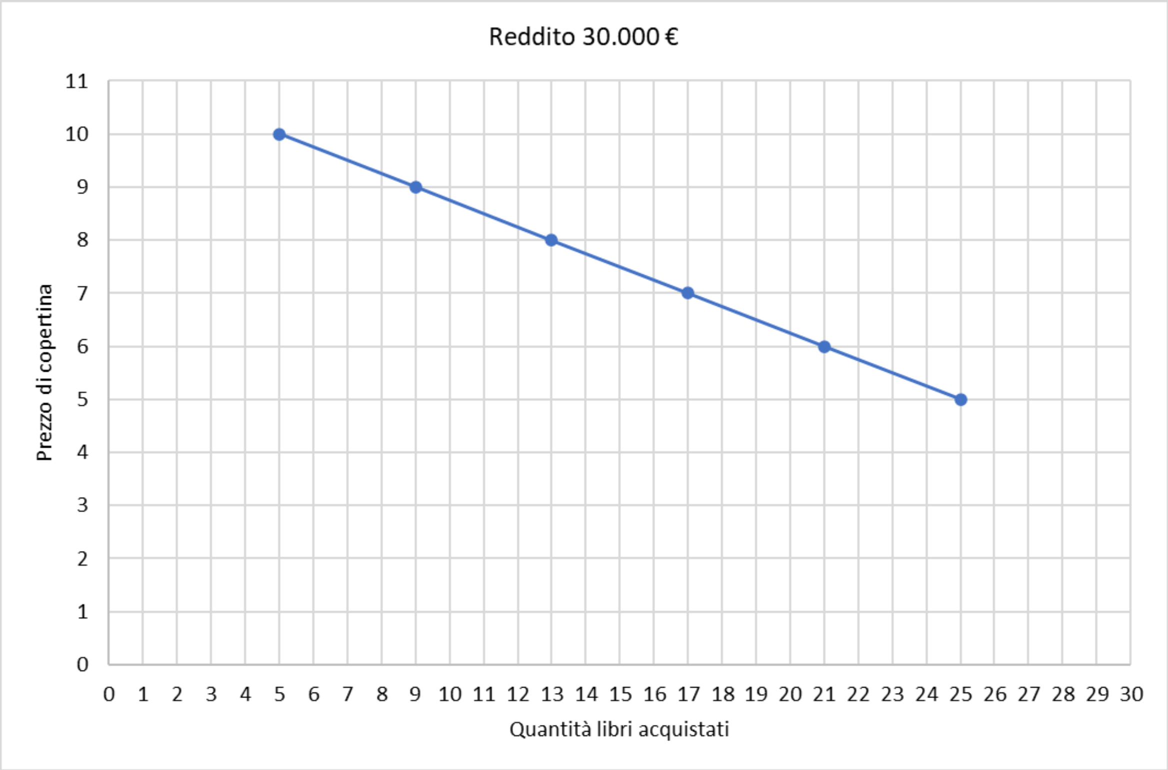
Più il prezzo di copertina è basso, più *tizio* acquista **libri**; se il **prezzo** aumenta, tizio tende ad acquistare meno libri. A parità di prezzo, poi *tizio* acquista più libri se possiede un **reddito** più alto.

Come è facile osservare, tizio deve gestire TRE variabili: il prezzo dei libri, il reddito e quantità di libri, difficile da visualizzare su un grafico bidimensionale come quello XY del sistema cartesiano.

Per ridurre in forma grafica le informazioni della tabella, dobbiamo **mantenere costante una delle tre variabili** appena citate **e considerare, quindi, la relazione intercorrente tra le altre due variabili**.

Consideriamo, quindi, la **relazione tra il prezzo dei libri e la quantità dei libri acquistati**, mantenendo **costante,** quindi**, il reddito**.

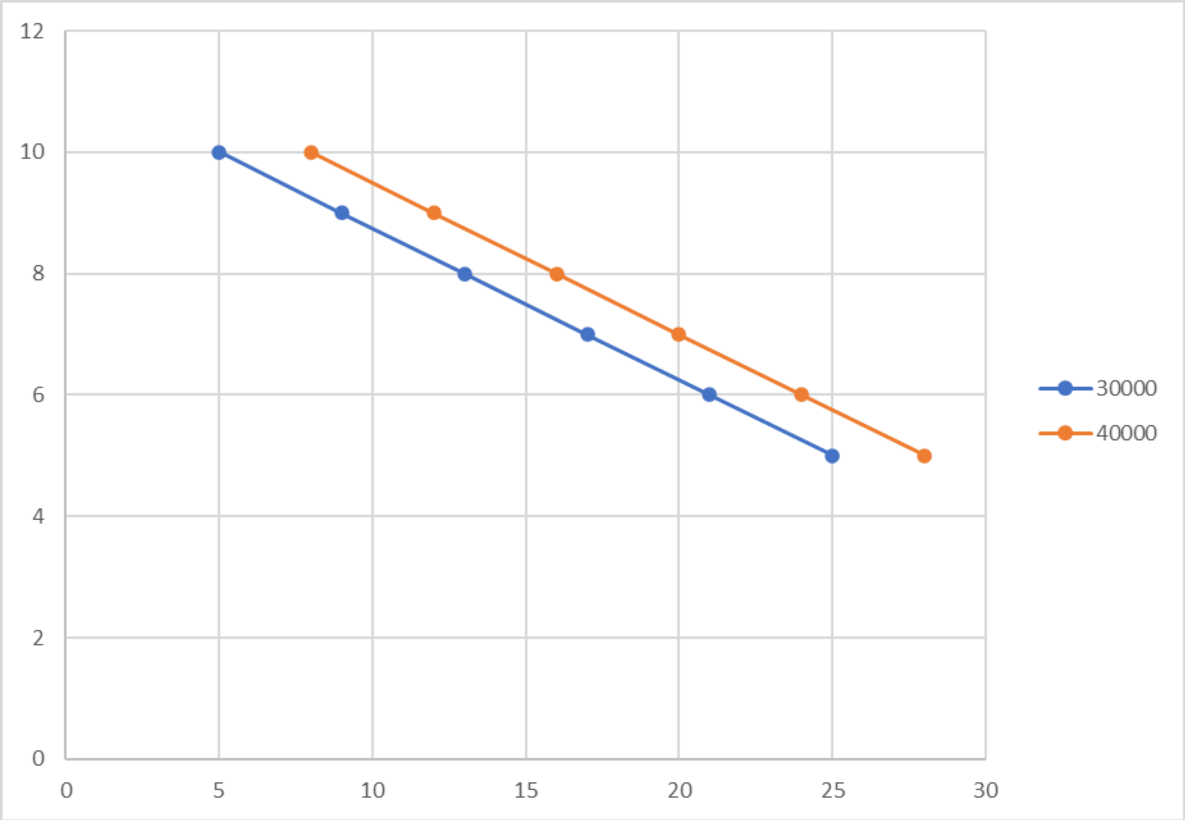
Con un reddito di 30 mila euro, il rapporto tra quantità i libri acquistati e prezzo di vendita dei libri, si potrebbe rappresentare come nel grafico seguente: la retta disegnata rappresenta la **curva di domanda di libri acquistati in funzione del prezzo**.



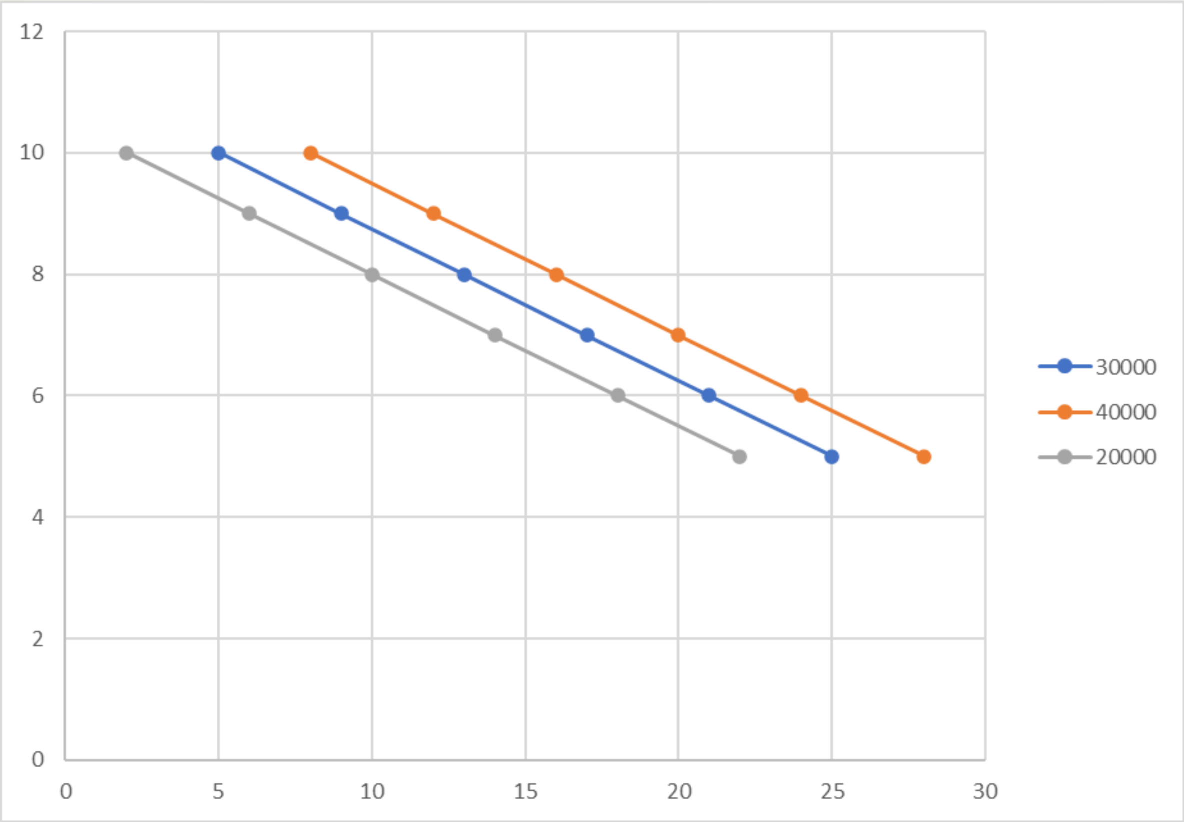
La curva ha una **pendenza negativa**, nel senso che **all'aumentare del prezzo dei libri**, si **riduce il numero dei libri acquistati** e poiché la quantità di libri domandata e il prezzo si muovono in direzioni opposte, si può concludere che **tra le due variabili esiste una relazione inversa**.

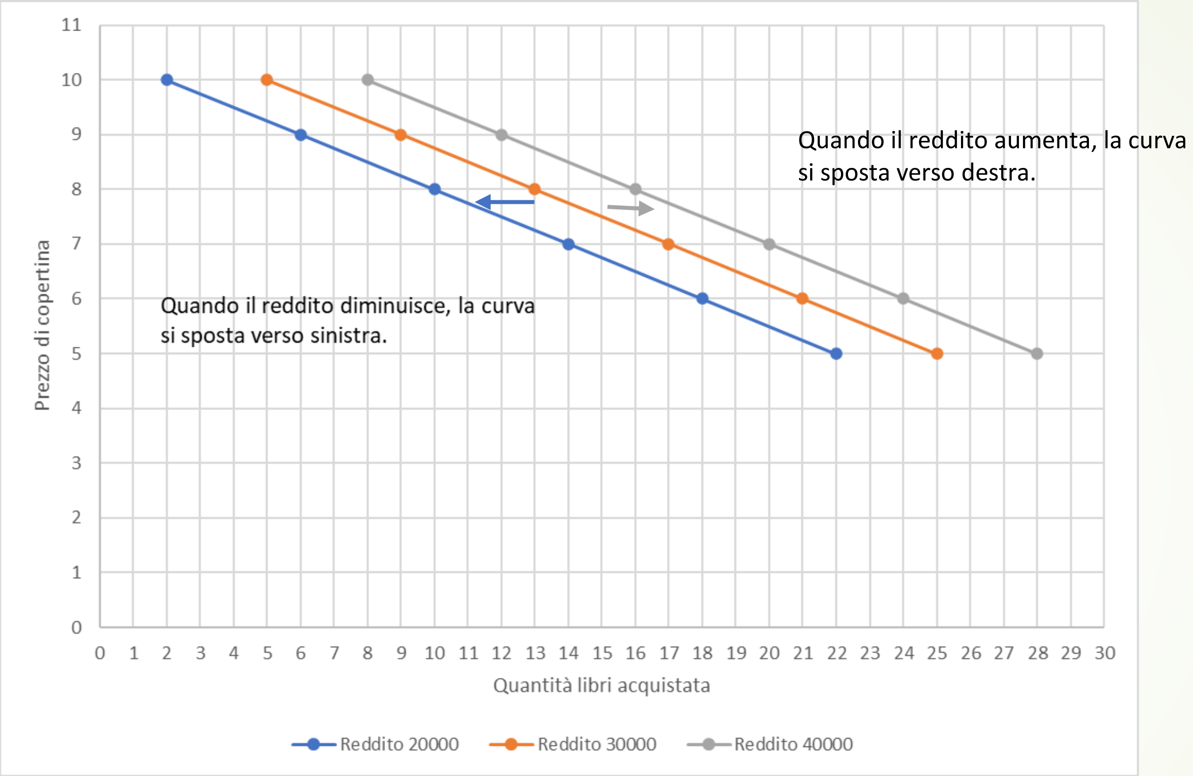
Supponiamo adesso che il reddito disponibile aumenti fino a 40.000 €: ripetendo quanto fatto con il reddito di 30 mila euro, si ottiene una nuova linea (linea arancio) simile alla precedente (azzurro) che si colloca alla destra di questa.

Si osserva quindi, **con l'aumentare del reddito**, la curva di domanda si sposta a destra, cioè **a parità di prezzo dei libri, aumenta la quantità acquistata**.



In modo analogo, se il reddito si riducesse a 20.000 euro, la curva di domanda si collocherà questa volta a sinistra (linea grigio) cioè, a parità di prezzo, si riduce la quantità di libri acquistati.




Quando il reddito aumenta, la curva si sposta verso destra.
Quando il reddito diminuisce, la curva si sposta verso sinistra.
Prezzo di copertina
Quantità libri acquistata
Reddito 20000
Reddito 30000
Reddito 40000
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30

La lettura di questi grafici è particolarmente importante perché è possibile distinguere tra:

- ✓ **i movimenti lungo una curva**
- ✓ **spostamenti di una curva**.

I movimenti lungo la curva: a parità di reddito (ad esempio pari a 30 mila euro) con i libri che costano 7 euro, Tizio acquisterà 17 libri all'anno; se il prezzo aumenta a 10 €, allora ne acquisterà solo 5. **Ciò che non cambia è la posizione della linea/curva di domanda**.

Se, invece, il reddito aumenta e passa a 40.000€, fermo restando il prezzo dei libri a 7 euro, si osserverà uno spostamento della curva di domanda che porterà Tizio ad acquistare non più 17 libri, ma 20 libri in un anno.

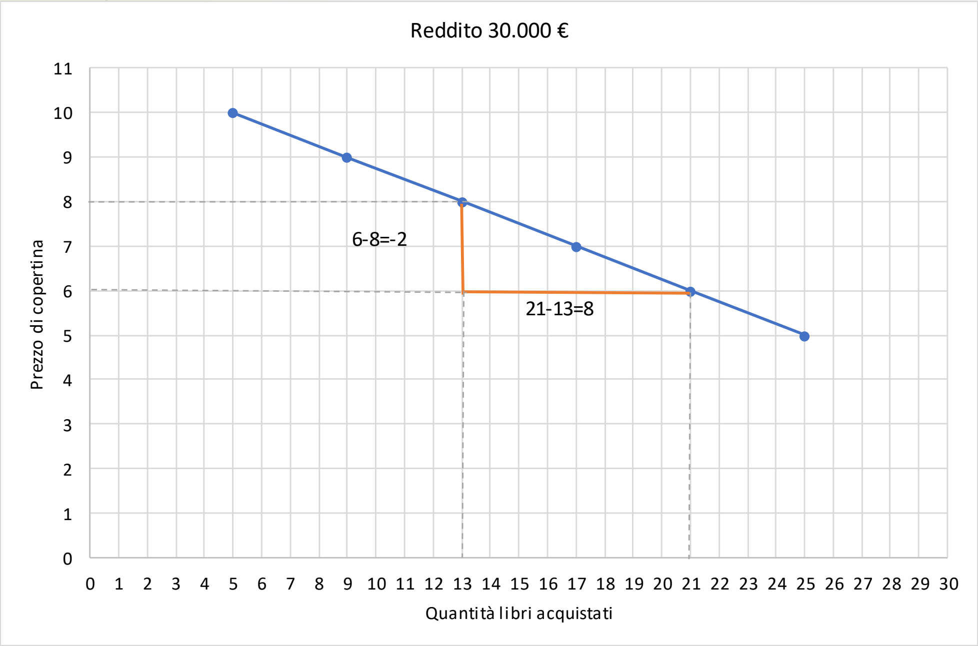
Al contrario, se il reddito diminuisce a 20.000€, con il prezzo dei libri sempre a 7 €, Tizio acquisterà 14 libri a fronte dei precedenti 17.

Per capire quando una curva trasla, è sufficiente seguire questa regola elementare:

se una variabile non riportata sugli assi cartesiani (in questo caso il reddito di Tizio) cambia, la curva si sposta; verso destra quando aumenta, verso sinistra quando diminuisce.

La pendenza

A questo punto ci potremmo porre una domanda: “in che misura la decisione di acquisto del libro dipende dal suo prezzo?”



Con una curva molto ripida, l’acquisto dei rimane più o meno costante, a prescindere dal livello del prezzo; se invece la curva si appiattisce, si acquisteranno meno libri.

Per sapere in quale misura una variabile reagisce alla variazione di un’altra, dobbiamo introdurre il concetto di “*Pendenza*”.

La pendenza di una retta è il rapporto tra gli spostamenti sull'asse verticale (y) e quelli sull'asse orizzontale (x) lungo la retta; matematicamente è data dal rapporto:

$$\text{Pendenza} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Δ= variazione della variabile

In pratica la pendenza è uguale al dislivello (variazione di y) diviso per la distanza (variazione di x).

Se la pendenza della retta cresce da sinistra da sinistra verso destra e avrà un valore positivo, perché x e y variano nella medesima direzione (aumentano o diminuiscono entrambe). Sarà un numero piccolo e positivo, per una retta con una leggera pendenza positiva; sarà un numero grande e positivo, con una forte pendenza.

La pendenza della retta che decresce da sinistra a destra, avrà valore negativo, perché x e y variano in direzioni opposte: all'aumentare di x, y tende a diminuire: la pendenza sarà un numero piccolo e negativo con una leggera pendenza negativa; sarà un numero grande e negativo con una forte pendenza della retta.

Esempio: Tizio acquista 21 libri a 6 euro, oppure 13 libri a 8 euro

Pendenza= $\frac{6-8}{21-13} = \frac{-2}{8} = -\frac{1}{4}$ passando da 13 libri a 21, si acquisteranno libri non più a 8 euro ma a 6: abbiamo una pendenza piccola e negativa.

Il valore ottenuto (-0.25) ci evidenzia una pendenza moderata e quindi una curva di domanda alquanto piatta.

In sostanza, Tizio reagisce alla variazione di prezzo (da 8 a 6), modificando in modo sostanziale la quantità di libri acquistata (da 13 a 21).

Le funzioni economiche e la loro rappresentazione grafica

Tratto da "Manuale di economia politica, C. De Vincenti, E. Saltari, R. Tilli, Carocci editore, 2012

MODELLO ECONOMICO

contiene

- elementi
- relazioni

Utili e rilevanti per studiare

Il problema che stiamo affrontando

Lo strumento che ci permette di formulare un modello economico utile per sviluppare le idee alla base del modello teorico è, appunto, la matematica.

Cominciamo ad indicare gli **ELEMENTI** che si vogliono considerare nel modello e quali **RELAZIONI** esistono tra loro.

Appare quindi opportuno introdurre il concetto di **FUNZIONE**; la funzione non è altro che una **Regola in grado di descrivere la relazione esistente tra gli elementi del modello**.

Gli elementi hanno dimensioni di tipo quantitativo, cioè vengono espressi con dei numeri che, tra l'altro, possono variare: ad esempio il prezzo di un bene può assumere diversi valori tanto da essere etichettati come **VARIABILI.**

In sintesi, le parole che abbiamo introdotto (funzione, regola, relazione e variabile) ci permettono di affermare che **una funzione è una regola matematica che descrive la relazione esistente tra le variabili considerate**.

Ad ogni valore della variabile (x), la funzione fa corrispondere, secondo la regola assegnata, un unico valore dell'altra variabile (y).

Ad esempio:

la funzione y=4+2x descrive la seguente regola: per conoscere il valore di y, bisogna moltiplicare per 2 il valore assegnato alla x e aggiungerlo a 4.

Pertanto con $x=0$, $y=4+2*0= 4$; con $x=1$, $y=4+2*1= 6$, ecc.

In generale **si scriverà y=f(x)**, per dire che "y è funzione di x", cioè **il valore di y, dipende dal valore di x, secondo la regola f(.).**

Chiameremo **y "variabile dipendente**" e **x "variabile indipendente"**.

Per dire che la quantità (Q) domandata di un certo bene dipende dal suo prezzo (P), scriveremo Q=f(P).

La regola matematica che associa ai valori di x, i corrispondenti valori di y, può essere **espressa come un'equazione** che, a sua volta, può essere **graficamente rappresentata su un sistema di assi cartesiani**, dove in genere (ma non sempre) l'asse delle ascisse misura la variabile indipendente e l'asse delle ordinate la variabile dipendente.

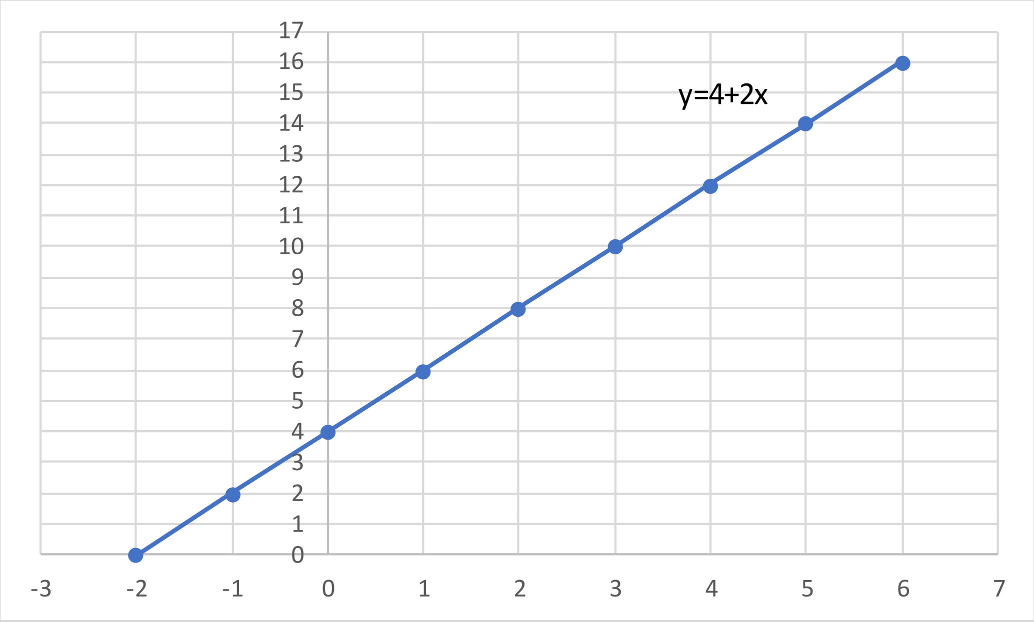
Le **funzioni** possono essere **lineari** e **non lineari**.

Le funzioni lineari

Le figure seguenti mostrano le funzioni $y=4+2x$ e $y=2+2x+x^2$;

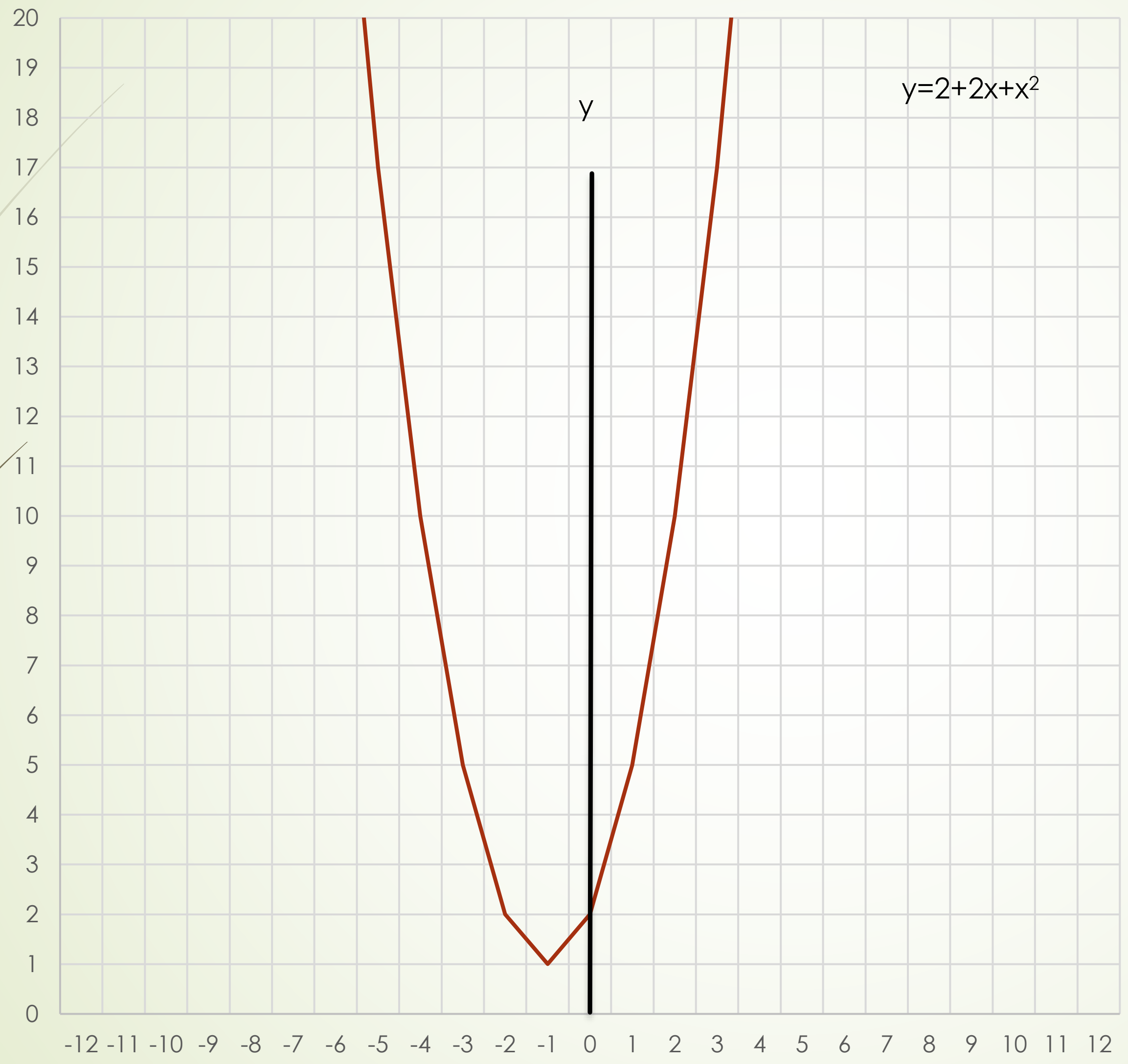
I grafici consentono di visualizzare le due funzioni e le relazioni tra le due variabili x e y.

Nel primo caso ($y=4+2x$) ci mostra una retta, quindi la relazione è di tipo lineare crescente: all'aumentare di x, aumenta y.



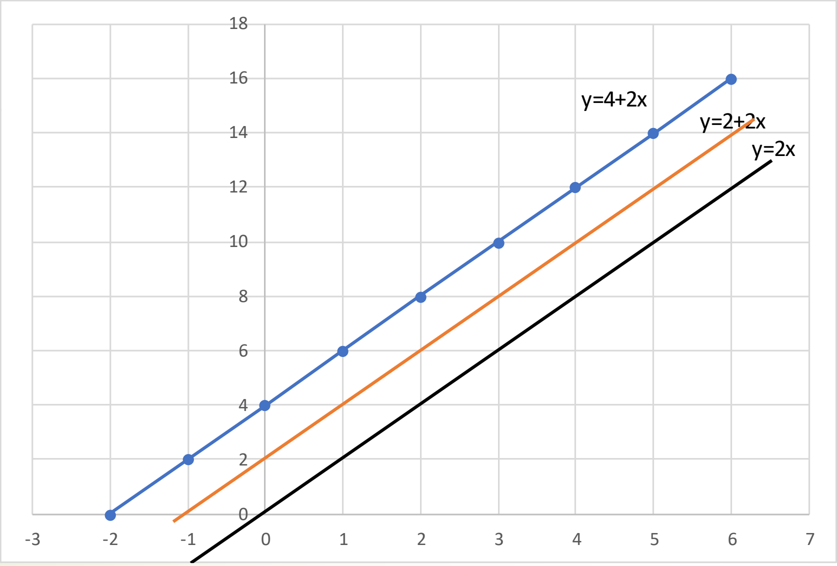
y	x
0	-2
2	-1
4	0
6	1
8	2
10	3
12	4
14	5
16	6

La retta y=4+2x interseca l'asse delle y per un'ordinata pari a 4;



In questo grafico, la relazione ($y=2+2x+x^2$) disegna una parabola che ci fa capire come per $x<-1$, la y diminuisce all’aumentare di x, mentre per $x>-1$ la y aumenta all’aumentare di x.

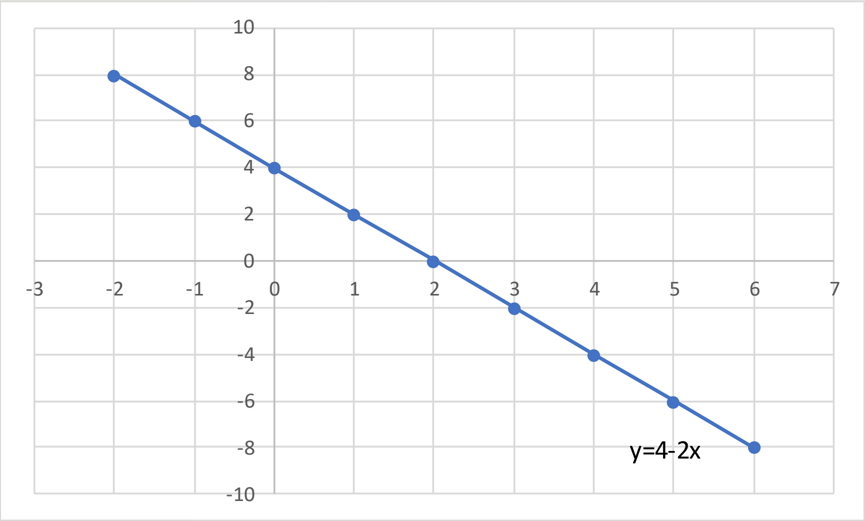
Con riferimento al caso della retta, nella figura successiva sono riportate altre due rette, le cui equazioni sono: y=2+2x e y=2x:



Si può notare che le due rette aggiunte sono parallele alla prima (y=4+2x), ma poste più in basso, infatti intersecano l'asse delle y, rispettivamente nel punto y=2 e y=0 (la prima nel punto y=4) che corrispondono ai rispettivi termini noti.

Il punto di intercetta della funzione, quindi, è pari al valore che assume la y (l'ordinata) quando la x (l'ascissa) assume valore 0 e, infatti, il termine noto dell'equazione misura l'intercetta della funzione sull'asse delle y.

Inoltre, si può notare come le tre rette siano tra loro parallele, cioè hanno la stessa **pendenza** e non potrebbe essere altrimenti, visto che la pendenza è data dal coefficiente angolare che moltiplica la variabile indipendente x (è sempre lo stesso, 2).



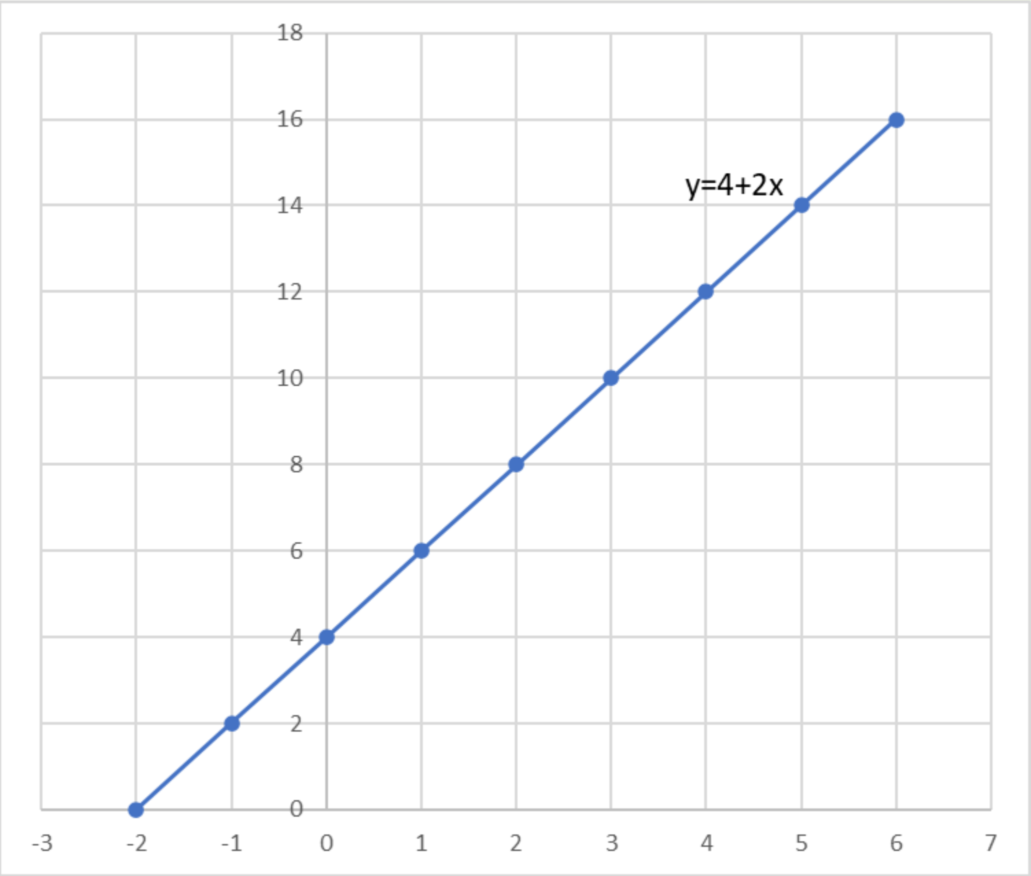
y	x
8	-2
6	-1
4	0
2	1
0	2
-2	3
-4	4
-6	5
-8	6

La figura mostra una retta (y=4-2x) che ha l'intercetta sempre sul punto 4 dell'ordinata ma è decrescente e ciò è dovuto al segno del coefficiente, negativo, che moltiplica la x.

La pendenza

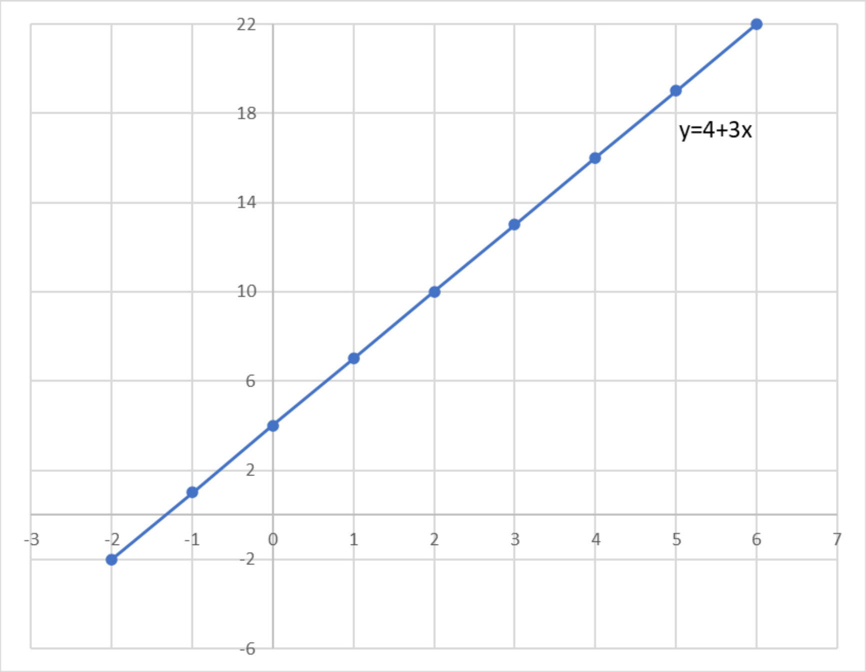
Nel caso dell'equazione y=4+2x, quando si aumenta di una unità la variabile indipendente x, succede che la variabile dipendente y aumenta di due unità: per x=0, y= 4, per x=1, y=6 e così via. Ricordiamo che $P=\Delta y/\Delta x$

y	x
0	-2
2	-1
4	0
6	1
8	2
10	3
12	4
14	5
16	6



Cambiando il coefficiente, per esempio la funzione adesso è y=4+3x, avremo che per x=0, y=4; con x=1, y=7; con x=2, y=10, ecc., in pratica la y aumenta di tre unità, per ogni incremento unitario di x

y	x
-2	-2
1	-1
4	0
7	1
10	2
13	3
16	4
19	5
22	6



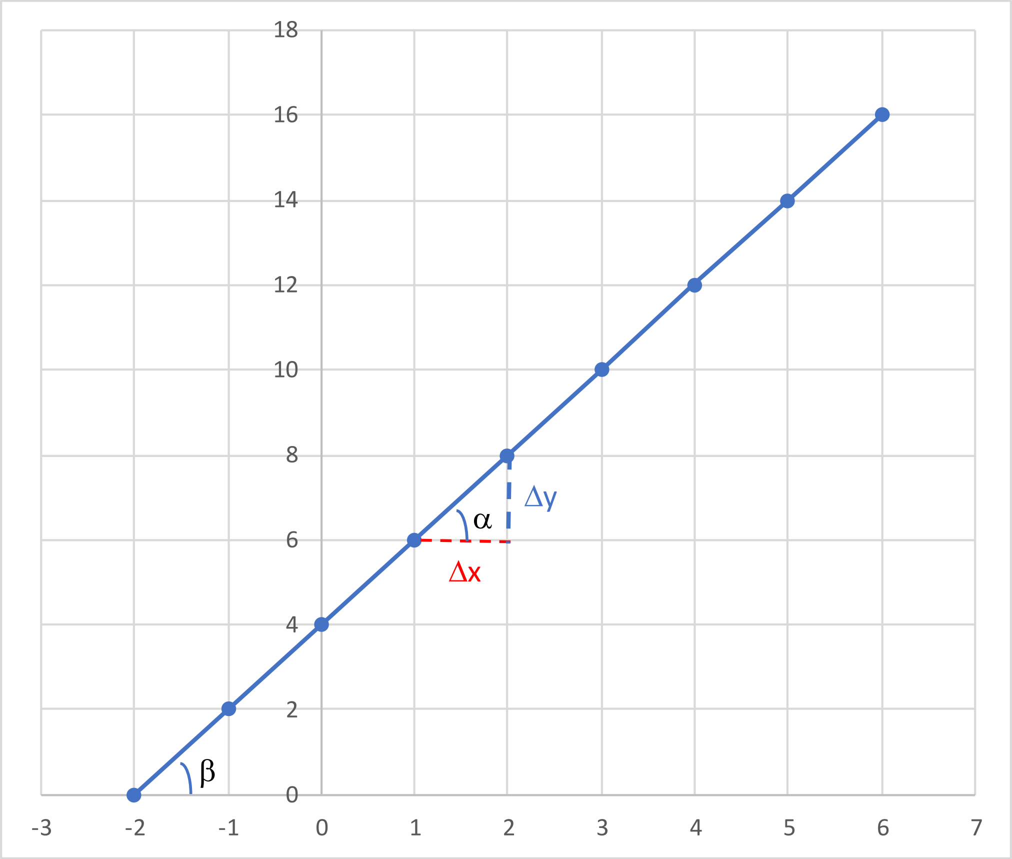
Pertanto si può concludere che il **coefficiente** che moltiplica la x, misura di quanto varia il valore di y quando x varia di una unità. Ovviamente ciò accade anche nel caso di un segno negativo, cioè all'aumentare di una unità di x, diminuisce di 2 unità la variabile y (quando la funzione è y=4-2x).

Anche il coefficiente che moltiplica la x si può osservare sul grafico: per un incremento della x da 1 a x=2, la y passa da 6 a 8.

Il simbolo Δ indica la variazione della variabile; quindi per Δx=1, la y aumenta di Δy=2.

L'incremento della y per un incremento unitario di x è pari al rapporto Δy/Δx=2

Nella figura gli incrementi delle due variabili sono evidenziati lungo la funzione (la retta) partendo dal punto di coordinate x=1 e y=6; Δx costituisce il cateto orizzontale e Δy il cateto verticale del triangolo rettangolo che ha come ipotenusa la funzione y=4+2x presa tra il punto di partenza di coordinate (1,6) e il punto di arrivo di coordinate (2,8). Questo rapporto resterà invariato anche per incrementi della x maggiori di Δx=1; ad esempio se Δx=2, Δy=10



In conclusione, **il rapporto $\Delta y/\Delta x$ viene chiamato rapporto incrementale**, cioè rapporto tra gli incrementi o variazioni delle variabili.

Il rapporto tra i due cateti del triangolo fornisce una misura della pendenza della retta; quanto più ripida è la retta, tanto più alto risulta il cateto verticale (la variazione di y) e quindi tanto maggiore è il rapporto tra i due cateti.

Da qui la conclusione che il coefficiente che nell'equazione moltiplica la x, e che misura la variazione di y al variare di x, rappresenta la pendenza o inclinazione della retta.

Sempre dal grafico è possibile notare che tanto maggiore è l'inclinazione o pendenza della retta, tanto maggiora risulta l'angolo α (corrispondente al vertice delle coordinate iniziali del triangolo rettangolo); infatti si dice che il rapporto tra il cateto verticale e quello orizzontale, fornisce una misura dell'angolo α, nel senso che quanto maggiore è il rapporto $\Delta y/\Delta x$, tanto più ampio sarà l'angolo; di qui il nome di **coefficiente angolare**, cioè il coefficiente che misura l'angolo, con il quale si indica il coefficiente che nell'equazione della retta moltiplica la variabile indipendente x.

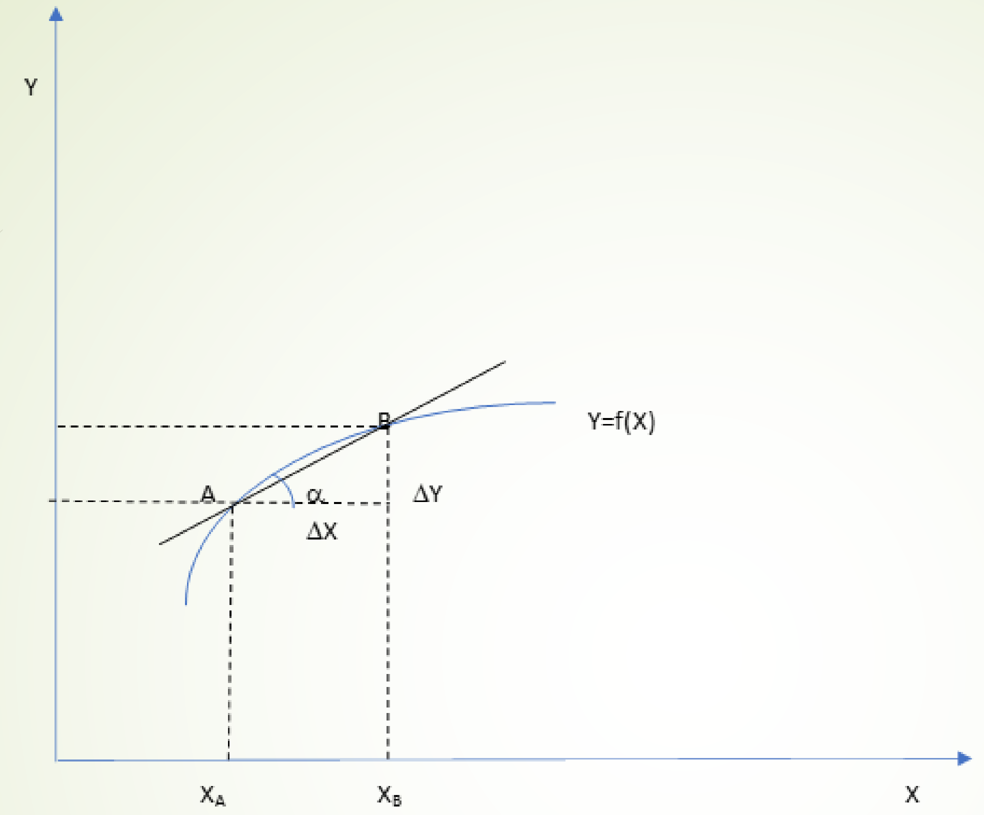
In trigonometria, la misura derivante dal rapporto $\Delta y/\Delta x$, viene chiamata tangente trigonometrica dell'angolo α, indicata con tgα.

Le funzioni non lineari

Sono quelle funzioni la cui rappresentazione grafica non è una retta ma una curva, per esempio $y=2+2x+x^2$ (equazione di secondo grado).

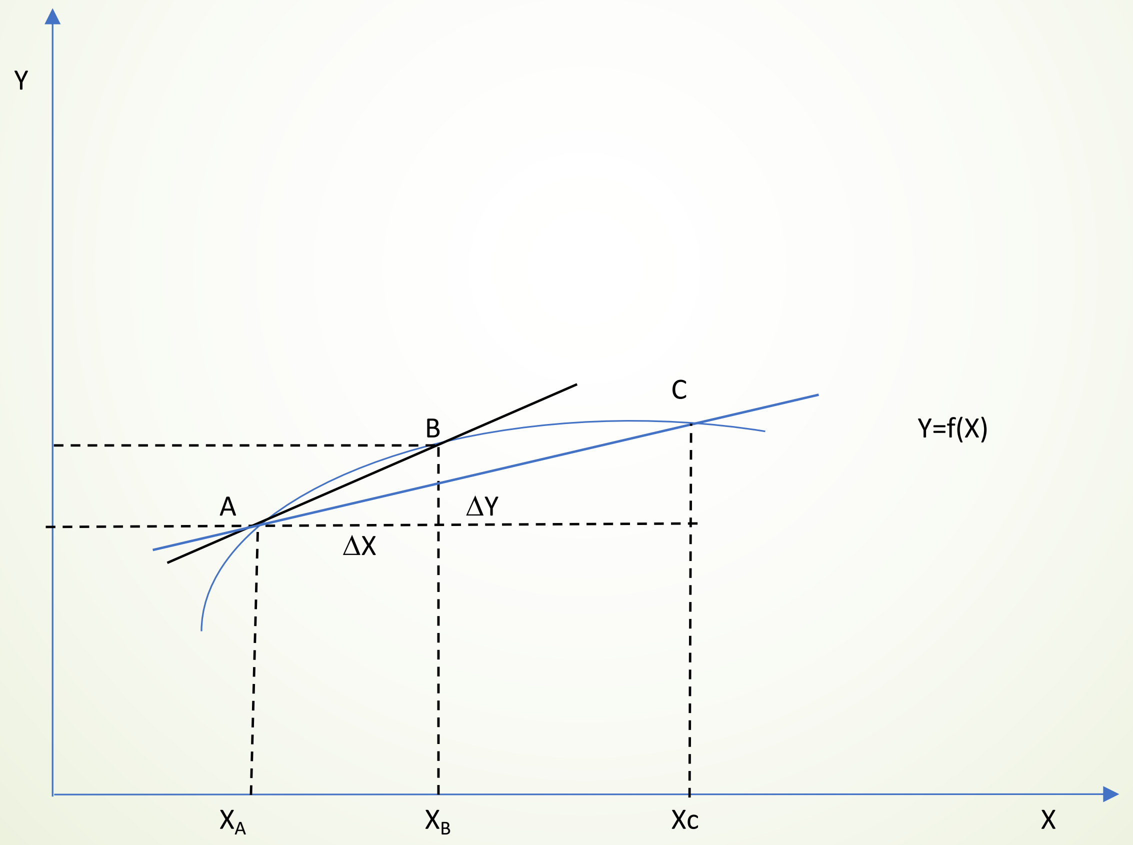
Rispetto ad una retta che ha la stessa pendenza in ogni suo punto, lungo una funzione curva, la pendenza cambia continuamente.

Un riflesso immediato è che il rapporto $\Delta y/\Delta x$ non è più in grado di misurare l'inclinazione e quindi di come varia una variabile in funzione di un'altra; dovremo quindi trovare una misura migliore, un altro indicatore.

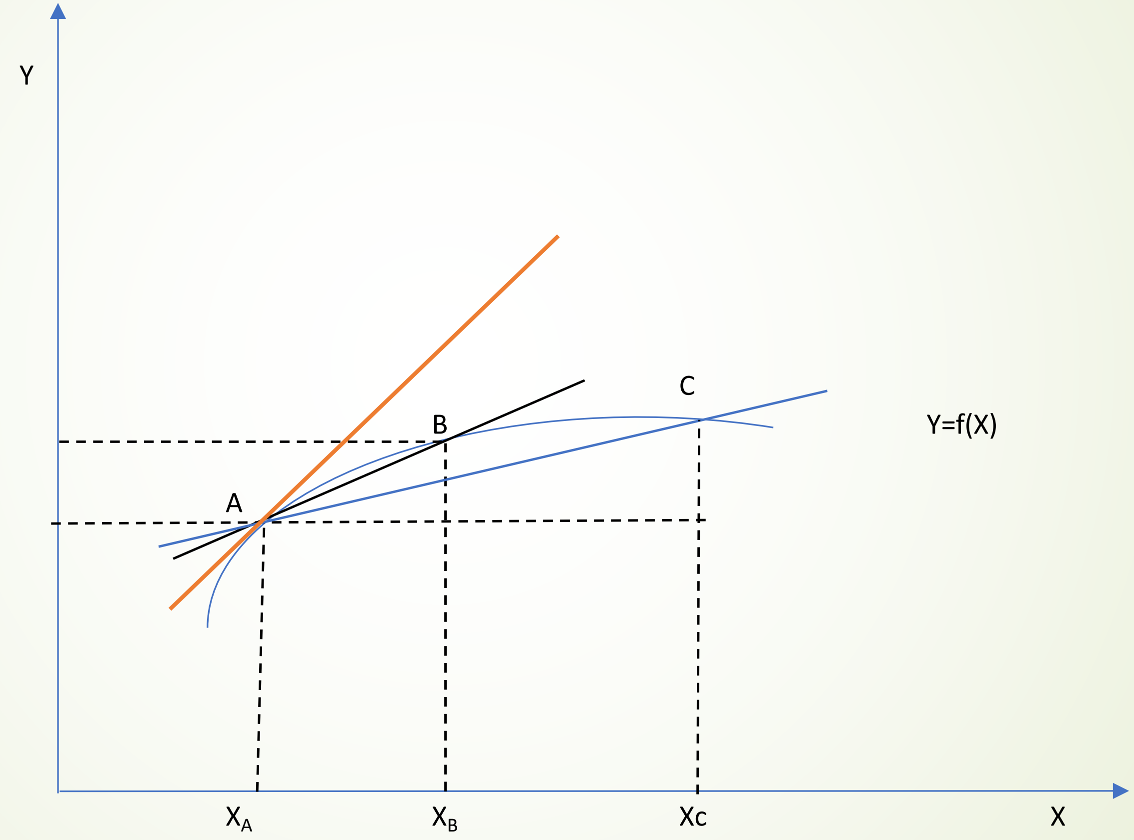


Questo grafico ci permette di comprendere e visualizzare il rapporto incrementale nel caso di una funzione curva: si traccia la secante dell'arco che ha come estremi il punto di partenza A prima della variazione della x, e il punto di arrivo B, dopo la sua variazione; **la secante altro non è che l'ipotenusa del triangolo rettangolo con cateti Δx e Δy e si calcola come la tangente trigonometrica dell'angolo α da essa formata con il cateto orizzontale**. Il rapporto incrementale sarà pari a questa tangente, cioè: $\Delta y/\Delta x = \mathrm{tg}\alpha$.

È chiaro che il rapporto incrementale misura la pendenza della secante e non della curva; inoltre, mentre nel caso della retta il valore del rapporto resta costante al variare di x, in questo caso il rapporto varia continuamente:



Per misurare la pendenza della curva nel punto A, a questo punto non sarà più sufficiente la secante ma sarà necessaria la tangente geometrica nel punto A (retta color arancio):



E perché si possa calcolare la pendenza mediante la tangente geometrica, dobbiamo introdurre un ulteriore concetto matematico, quello della *derivata*.

Richiamo del concetto di derivata

Se da x_0 si passa ad un altro punto qualsiasi x_0+h, si dice che si è dato alla variabile x l'incremento(positivo o negativo)h.

La differenza f(x+h) - f(x) tra i valori che la funzione assume quando la variabile x passa dal valore x_0 al valore x_0+h, si chiama incremento della funzione, e può avere valori positivo, negativo o nullo.

Il rapporto

$$\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

si chiama **rapporto incrementale della funzione f(x) relativo al punto x_0 e all'incremento h**; precisamente, si chiama rapporto incrementale destro o sinistro a seconda che h>o, oppure h<0.

Questo rapporto, una volta fissato x_0, varia al variare di h, cioè esso è una funzione della variabile h, definita per ogni valore di h diverso da zero.

Definizione:

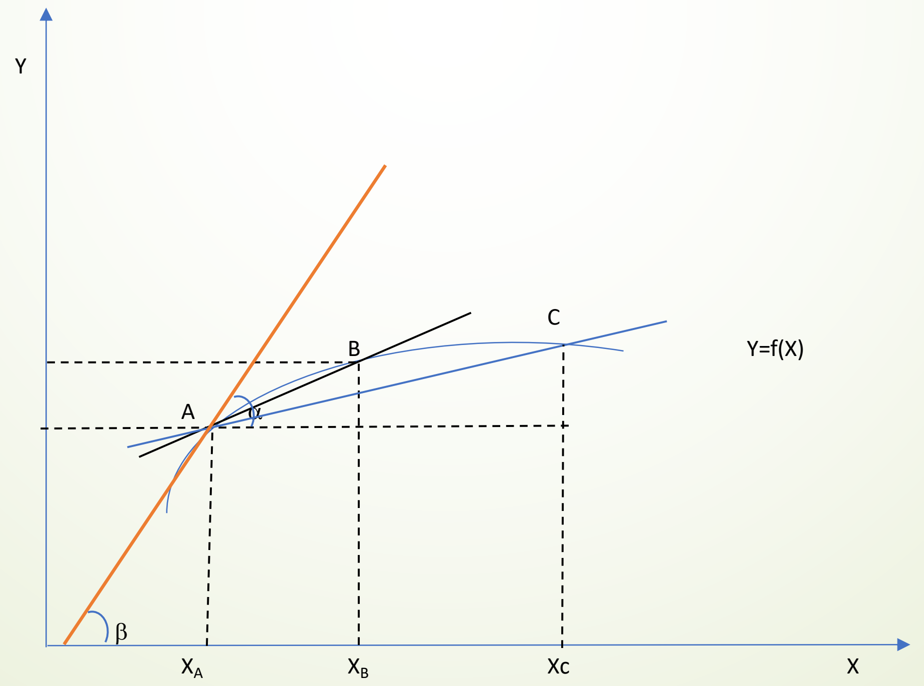
chiamasi derivata della funzione f(x) il limite, se esiste ed è finito, del rapporto incrementale al tendere comunque a zero dell’incremento h della variabile indipendente.

Il coefficiente angolare della retta tangente, misura quanto (sulla stessa retta) varia y al variare di x; ora, lungo la curva, come abbiamo visto, la y varia in maniera differente da punto a punto, e quindi, in modo diverso rispetto alla retta (in questo caso, in modo minore); ma se, a partire dal punto X_A, assumiamo una variazione infinitamente piccola della variabile x, la corrispondente variazione della y sulla curva, tende a coincidere con la variazione lungo la retta tangente nel punto A.

Con riferimento alla figura precedente, immaginiamo una variazione della variabile indipendente x, pari a $\Delta x= X_C-X_A$; il rapporto incrementale $\Delta y/\Delta x$, corrisponde, come abbiamo detto, alla pendenza secante che passa per i punti A e C.

Immaginiamo adesso, un incremento più piccolo della variabile x, ad esempio la variazione $\Delta x = X_B - X_A$; in questo caso il rapporto incrementale aumenta, infatti l'inclinazione della retta secante è più ripida (l'angolo α aumenta).

Con incrementi sempre più piccoli della x, la secante andrà sempre più aumentando la sua pendenza, finché i due punti collegati dalla secante saranno così vicini da sembrare quasi sovrapposti, tanto che la secante coinciderà con la tangente geometrica nel punto A e l'angolo α, con l'angolo β:



Diremo allora che per Δx che tende a 0 (cioè un incremento della x così piccolo che, appunto, tende a zero) la secante tende a coincidere con la tangente geometrica nel punto A, cosicché la sua inclinazione Δy/Δx **tende a coincidere con la pendenza della tangente geometrica**.

La derivata della funzione y=f(x) in un punto è la pendenza della tangente geometrica in quel punto e si indica con dy/dx, e corrisponde *al valore cui tende il rapporto incrementale Δy/Δx, per Δx che tende a 0* e misura la pendenza della funzione in quel dato punto:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{dy}{dx}$$

Proviamo a ricavare in base alla definizione la derivata della funzione di secondo grado $y=x^2$.

Per prima cosa calcoliamo il rapporto incrementale considerando che i valori assunti dalla y prima e dopo la variazione di x, possono essere indicati con f(x) e f(x+Δx):

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \frac{(x+\Delta x)^2-x^2}{\Delta x} =$$

$$= \frac{x^2+(\Delta x)^2+2x*\Delta x-x^2}{\Delta x} \qquad = \frac{\Delta x(2x+\Delta x)}{\Delta x} = 2x+\Delta x$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0}(2x+\Delta x) = 2x$$

Calcoliamo adesso, con analogo procedimento, la derivata della funzione lineare

y=a+bx:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \frac{a+b(x+\Delta x)-a-bx}{\Delta x} =$$

$$= \frac{a + bx + \Delta bx - a - bx}{\Delta x}$$

$$= \frac{b\Delta x}{\Delta x} = b$$

Esercizio

Calcolare nel punto $x=2$ la derivata della funzione $f(x)=x^3$

1) Il calcolo dell'incremento della funzione è, come detto: $f(x_0+h) - f(x_0)$

2) il calcolo del rapporto incrementale è:

$$\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

3) Calcolo del limite per $h \to 0$

Ricordiamo, innanzitutto che $(a+b)^3= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$f(2+h)-f(2) = (2+h)^3-8= 8+3*4h+3*2h^2+h^3-8 = 8+12h+6h^2+h^3 -8= 12h+6h^2+h^3$

$= h*(12+6h+h^2)$

quindi il rapporto incrementale è $= \frac{h*(12+h+h^2)}{h} = 12+6h+h^2$

per h che tende a zero, risulta: $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 12+6*0+0= 12$